

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Кафедра «Строительство и архитектура»

УТВЕРЖДАЮ  
Первый проректор

И.В. Макурин

2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины «Теория расчета пластин и оболочек»

основной профессиональной образовательной программы  
подготовки специалистов

по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и  
сооружений»

специализация «Строительство высотных и большепролетных зданий и  
сооружений»

Форма обучения

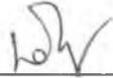
очная

Технология обучения

традиционная

Комсомольск-на-Амуре 2018

Автор рабочей программы  
доцент, к.т.н.

  
Ю.Н.Чудинов  
« 14 » 02 2017г.

### СОГЛАСОВАНО

Директор библиотеки

  
И.А. Романовская  
« 14 » 02 2017г.

Руководитель образовательной программы «Строительство уникальных зданий и сооружений»

  
Ю.Н. Чудинов  
« 14 » 02 2017г.

Заведующий выпускающей кафедрой «Строительство и архитектура»

  
Е.О. Сысоев  
« 17 » 02 2017г.

Декан факультета кадастра и строительства

  
О.Е. Сысоев  
« 17 » 02 2017г.

Начальник учебно-методического управления

  
Е.Е. Поздеева  
« 14 » 02 2017г.

## Введение

Рабочая программа дисциплины «Теория расчета пластин и оболочек» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 1030 от 11.08.2016, и основной образовательной программы подготовки специалистов по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений».

## 1 Аннотация дисциплины

Наименование дисциплины	Теория расчета пластин и оболочек						
Цели дисциплины	<ul style="list-style-type: none"> <li>- формирование у студентов знаний по определению напряженно-деформированного состояния различного вида оболочек и тонких пластин;</li> <li>- подготовка студентов к применению в профессиональной деятельности умений и навыков решения инженерных задач оценки и расчёта напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов в виде пластин и оболочек</li> </ul>						
Задачи дисциплины	<ul style="list-style-type: none"> <li>- студент должен овладеть навыками расчета элементов тонкостенных строительных конструкций, пластин и оболочек на прочность, жесткость, устойчивость, несущую способность;</li> <li>- студент должен научиться правильно выбирать конструкционные материалы и формы, обеспечивающие требуемые показатели надежности, безопасности, экономичности и эффективности сооружений</li> </ul>						
Основные разделы дисциплины	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Общая теория изгиба прямоугольных и круглых пластин.</li> <li>2. Общая теория оболочек. Безмоментная теория.</li> <li>3. Осесимметричные оболочки вращения. Метод разделения переменных.</li> <li>4. Моментная теория цилиндрических оболочек.</li> <li>5. Полубезмоментная теория цилиндрических оболочек.</li> </ol>						
Общая трудоемкость дисциплины	3 з.е. / 108 академических часов						
	Семестр	Аудиторная нагрузка, ч			СРС, ч	Промежуточная аттестация, ч	Всего за семестр, ч
		Лекции	Пр. занятия	Лаб. работы			
7	16	16	-	40	36	108	
ИТОГО:		16	16	-	40	36	108

## 2 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Дисциплина «Теория расчета пластин и оболочек» нацелена на формирование компетенций, знаний, умений и навыков, указанных в таблице 1.

Таблица 1 – Компетенции, знания, умения, навыки

Наименование и шифр компетенции, в формировании которой принимает участие дисциплина	Перечень формируемых знаний, умений, навыков, предусмотренных образовательной программой		
	Перечень знаний (с указанием шифра)	Перечень умений (с указанием шифра)	Перечень навыков (с указанием шифра)
ОПК-7 способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат	<b>З1 (ОПК-7-7)</b> Знание основных принципов, положений и гипотез теории пластин и оболочек; законов статики твердых тел	<b>У1 (ОПК-7-7)</b> Умение грамотно составлять расчетные схемы, использовать законы статики при составлении уравнений равновесия пластин и оболочек,	<b>Н1 (ОПК-7-7)</b> Навыки определения напряженно-деформированного состояния пластин и оболочек при различных воздействиях с помощью САПР-систем;
	<b>З2 (ОПК-7-7)</b> Знание практических методов расчета пластин и оболочек при действии различных внешних нагрузок; прочностных характеристик и свойств конструкционных материалов	<b>У2 (ОПК-7-7)</b> Умение определять внутренние усилия, напряжения, деформации и перемещения; определять необходимые размеры из условий прочности, жесткости и устойчивости	<b>Н2 (ОПК-7-7)</b> Навыки выбора конструкционных материалов, обеспечивающих требуемые показатели надежности, безопасности, экономичности и эффективности

## 3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория расчета пластин и оболочек» изучается на 4 курсе в 7 семестре.

Дисциплина входит в состав блока «Дисциплины (модули)» и относится к базовой части.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и навыки, сформированные на предыдущих этапах освоения компетенции ОПК-7 при изучении дисциплин «Теоретическая механика» (2 и 3 семестры), «Сопrotивление материалов» (3 и 4 семестры) и «Строительная механика» (5 и 6 семестры), «Теория упругости с основами пластичности и ползучести» (5 семестр).

Дисциплина «Теория расчета пластин и оболочек» является основой для успешного освоения дисциплин «Динамика и устойчивость сооружений»

(9 семестр), «Нелинейные задачи строительной механики» (9 семестр) и прохождения государственной итоговой аттестации.

Входной контроль для дисциплины «Теория расчета пластин и оболочек» проводится в виде тестирования. Тестовые вопросы представлены в приложении А.

**4 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 академических часов.

Распределение объема дисциплины (модуля) по видам учебных занятий представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Объем дисциплины (модуля) по видам учебных занятий

Объем дисциплины	Всего академических часов
	Очная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	108
<b>Контактная аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего</b>	32
В том числе:	
<b>занятия лекционного типа</b> (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками)	16
<b>занятия семинарского типа</b> (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	16
<b>Самостоятельная работа обучающихся и контактная работа,</b> включающая групповые консультации, индивидуальную работу обучающихся с преподавателями (в том числе индивидуальные консультации); взаимодействие в электронной информационно-образовательной среде вуза	40
Промежуточная аттестация обучающихся	36

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Таблица 3 – Структура и содержание дисциплины (модуля)

Наименование разделов, тем и содержание материала	Компонент учебного плана	Трудоёмкость, ч	Форма проведения	Планируемые (контролируемые) результаты освоения	
				Компетенции	Знания, умения, навыки
7 семестр					
<b>Раздел 1 Общая теория изгиба прямоугольных и круглых пластин</b>					
Основные понятия и гипотезы теории пластин. Перемещения и деформации в пластине при изгибе. Напряжения и усилия в сечениях пластины. Выражение внутренних усилий через прогиб. Уравнения равновесия элемента плоскости пластины. Уравнение Софи Жермен-Лагранжа. Граничные условия на контуре пластины. Основные уравнения изгиба круглых пластин.	Лекция	4	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7)
Определение усилий в прямоугольной пластине. Занятие №1 «Расчет пластины методом Бубнова-Галеркина». Занятие №2 «Расчет пластины МКЭ с помощью ПК Лири-САПР» Занятие №3 «Расчет пластины МКЭ с помощью STARK ES»	Практические занятия	4	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
Текущий контроль по разделу 1			Коллоквиум		31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
<b>Раздел 2 Общая теория оболочек. Безмоментная теория.</b>					
Геометрия пространственной кривой и поверхности. Параметры Ламе. Первая квадратичная форма поверхности. Вторая квадратичная форма	Лекция	4	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7)

<p>поверхности. Кривизны нормального и наклонного сечений. Формула Минье. Главные кривизны и линии главных кривизн. Гауссова кривизна поверхности. Дифференцирование координатных ортов. Уравнение Кодацци-Гаусса. Гипотезы теории тонких оболочек. Перемещения и деформации срединной поверхности оболочки. Компоненты тангенциальной и изгибной деформации. Уравнение совместности деформаций срединной поверхности оболочки. Выражения перемещений и деформаций эквидистантной поверхности через перемещения и деформации срединной поверхности. Теория простого краевого эффекта для оболочки произвольной формы. Основные допущения по А.Л. Гольденвейзеру и упрощения основных уравнений. Разрешающие уравнения теории простого краевого эффекта</p>					
<p>Определение усилий в шарнирно-опертой оболочке прямоугольной в плане. Занятие №1 «Расчет оболочки методом Бубнова-Галеркина». Занятие №2 «Расчет оболочки МКЭ с помощью ПК Лира-САПР» Занятие №3 «Расчет оболочки МКЭ с помощью STARK ES»</p>	<p>Практические занятия</p>	<p>4</p>	<p>Интерактивная (презентация)</p>	<p>ОПК-7</p>	<p>З1(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) З2(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)</p>
<p>Текущий контроль по разделу 2</p>			<p>Практические задания</p>	<p>ОПК-7</p>	<p>З1(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) З2(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)</p>

<b>Раздел 3 Осесимметричные оболочки вращения. Метод разделения переменных.</b>					
Безмоментная теория оболочек вращения. Основные уравнения безмоментной теории. Уравнения осесимметричного нагружения оболочек. Определения усилий, перемещений и деформаций. Оболочки, срединная поверхность которых представляет поверхность вращения второго порядка. Метод разделения переменных. Решение в тригонометрических рядах. Безмоментная теория цилиндрических оболочек.	Лекция	4	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7)
Определение усилий в шарнирно-опертой цилиндрической незамкнутой оболочке прямоугольной в плане. Занятие №1 «Расчет цилиндрической оболочки методом Бубнова-Галеркина». Занятие №2 «Расчет цилиндрической оболочки МКЭ с помощью ПК Лира-САПР» Занятие №3 «Расчет цилиндрической оболочки МКЭ с помощью STARK ES»	Практические занятия	4	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
Текущий контроль по разделу 3			Практические задания	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
<b>Раздел 4 Моментная теория цилиндрических оболочек</b>					
Моментная теория цилиндрических оболочек. Уравнения моментной теории круговой цилиндрической оболочки. Расчет незамкнутых цилиндрических оболочек.	Лекция	2	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7)
Расчет оболочки по моментной теории	Практические занятия	2	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7)

					H2 (ОПК-7-7)
Текущий контроль по разделу 4			Практические задания	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
<b>Раздел 5 Полубезмоментная теория цилиндрических оболочек</b>					
Полубезмоментная теория цилиндрических оболочек. Основные гипотезы и уравнения. Уравнения полубезмоментной теории круговой цилиндрической оболочки.	Лекция	2	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7)
Расчет цилиндрической оболочки по полубезмоментной теории	Практические занятия	2	Интерактивная (презентация)	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
Текущий контроль по разделу 5			Практические задания. Выполнение и защита расчетно-графической работы	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
<b>ИТОГО ПО ДИСЦИПЛИНЕ</b>	Лекции	16		ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7)
	Практические занятия	16		ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
	Самостоятельная работа обучающихся	40	Подготовка к практическим занятиям, изучение теоретических разделов дисциплины, выполнение РГР	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)
<b>Промежуточная аттестация по дисциплине</b>		36	Экзамен	ОПК-7	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)

## **6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся, осваивающих дисциплину «Теория расчета пластин и оболочек», состоит из следующих компонентов: изучение теоретических разделов дисциплины; подготовка к практическим занятиям; подготовка, оформление и защита расчётно-графической работы.

Для успешного выполнения всех разделов самостоятельной работы учащимся рекомендуется использовать учебно-методическое обеспечение:

1. Агапов В.П. Теория расчета пластин [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.П. Агапов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2016. — 72 с. — 978-5-7264-1375-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58216.html>2.

2. Каюмов Р.А. Конспект лекций «Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек» [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.А. Каюмов. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 80 с. — 978-5-7829-0486-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/73314.html>

Также при выполнении самостоятельной работы можно воспользоваться методическими материалами, которые находятся в установочном комплекте любой версии ПК Лира-САПР (учебной, демонстрационной или свободно распространяемой):

- файлы документации по ПК Лира-САПР (учебное пособие с обучающими примерами);
- файлы примеров по ПК Лира-САПР (файлы обучающих примеров в исходном формате \*.lir).

**Перечень обучающих примеров расчетов пластин и оболочек с помощью ПК Лира-САПР, выполнение которых пошагово расписано в учебном пособии:**

- Пример 2. Расчет плиты
- Пример 4. Расчет пространственного каркаса здания с фундаментной плитой на упругом основании
- Пример 6. Расчет цилиндрического резервуара
- Пример 20. Расчет многоэтажного здания с безригельным каркасом и проектирование монолитной плиты при помощи систем САПФИР-КОНСТРУКЦИИ и САПФИР-ЖБК

График выполнения самостоятельной работы представлен в таблице 4.

## Общие рекомендации по организации самостоятельной работы

Общие рекомендации по организации самостоятельной работы:

Самостоятельная работа выполняется вне расписания учебных занятий, проводится параллельно и во взаимодействии с аудиторной работой по дисциплине и предполагает использование современных информационно-компьютерных образовательных технологий.

Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются преподавателем во время аудиторных занятий согласно учебному расписанию. На аудиторных занятиях преподаватель также осуществляет контроль за ритмичностью и своевременностью выполнения компонентов самостоятельной работы, а также знаниями, умениями и навыками, приобретаемыми обучающимися в процессе выполнения самостоятельной работы, оказывает помощь студентам в правильной организации работы.

Чтобы выполнить весь объем самостоятельной работы необходимо заниматься предметом не менее двух - трех часов в неделю. Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых дней семестра. Первые дни семестра являются очень важными для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на учебный семестр. Ритм в работе – это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чередовании занятий с перерывами для отдыха.

Начинать работу следует со средних по трудности заданий, затем перейти к выполнению сложных заданий, и, наконец, закончить выполнением простых работ, требующих небольших интеллектуальных усилий.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут – работа, 5-10 минут – перерыв; после трех часов работы – перерыв 20 – 25 минут. В противном случае нарастающее утомление повлечет неустойчивость внимания. Существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физкультурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической активности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

Рекомендуется при оформлении графической части практических занятий использовать NanoCAD СПДС, а не растровые редакторы. Умение правильно, грамотно и эффективно создавать и редактировать чертежи – одно из самых ценных качеств любого специалиста в области строительства. Необходимым условием для повышения своей квалификации является регулярное выполнение чертежных работ. Также рекомендуется при выполнении любой работы создавать именно чертежи (а не схемы) с соблюдением масштабов и пропорций. Для оформления отчетов предпочтительным является виртуальная печать из NanoCAD СПДС в формат \*.pdf, а не использование скриншотов. Кроме того рекомендуется

выполнять печать из NanoCAD СПДС используя не пространство модели, а пространства листов и видовые экраны.

Расчетно-графическая работа (РГР) предназначена для закрепления теоретических знаний и приобретения студентами практических навыков расчетов элементов тонкостенных строительных конструкций, пластин и оболочек на прочность, жесткость, устойчивость, несущую способность

Таблица 4 - Рекомендуемый график выполнения самостоятельной работы студентов в 7 семестре

Вид самостоятельной работы	Часов в неделю																Итого по видам работ
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Подготовка к практическим занятиям	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16
Изучение теоретических разделов дисциплины	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16
Подготовка, оформление и защита РГР	-	-	-	-	-	-	-	-	1	1	1	1	1	1	1	1	8
<b>ИТОГО в 7 семестре</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>40</b>							

**7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля  
и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

Таблица 5 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
1. Общая теория изгиба прямоугольных и круглых пластин. Безмоментная теория.	31(ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7)	Коллоквиум	Демонстрирует теоретические знания основных принципов, положений и гипотез теории изгиба упругих тонких пластин, методы расчета прямоугольных и круглых пластин с различными условиями опирания при действии сосредоточенных и распределенных нагрузок
2. Общая теория оболочек.	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)	Практические задания	Демонстрирует знание основных принципов, положений и гипотез теории упругих тонких оболочек, практических методов расчета оболочек при действии различных внешних нагрузок
3. Осесимметричные оболочки вращения. Метод разделения переменных.	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)	Практические задания	Демонстрирует знание основных принципов, положений и гипотез теории осесимметричных оболочек вращения, навыков применения
4. Моментная теория цилиндрических оболочек.	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)	Практические задания	Демонстрирует знание основных принципов, положений и гипотез моментной теории цилиндрических оболочек
5. Полубезмоментная теория цилиндрических оболочек.	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)	Практические задания	Демонстрирует знание основных принципов, положений и гипотез полубезмоментной теории цилиндрических оболочек
	У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)	РГР «Расчет пластинки на изгиб методом Бубнова–Галеркина»	Демонстрирует навыки и умения расчетов тонких пластинок аналитическими методами
Промежуточная аттестация	31(ОПК-7-7) У1 (ОПК-7-7) Н1 (ОПК-7-7) 32(ОПК-7-7) У2 (ОПК-7-7) Н2 (ОПК-7-7)	Теоретические вопросы, Практические задания	Демонстрирует теоретические знания по теории пластин и оболочек, и навыки расчета пластин и оболочек на прочность, жесткость и устойчивость

Промежуточная аттестация проводится в 7 семестре в форме экзамена.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенции, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 6).

Таблица 6 – Технологическая карта

Наименование оценочного средства	Сроки оценивания	Шкала оценивания	Критерии оценивания
<b>7 семестр</b> <b>Промежуточная аттестация в форме экзамена</b>			
Коллоквиум	3 неделя	10 баллов	<p><i>10 баллов – студент показал отличные знания и кругозор при ответах на вопросы, показал отличное умение логически строить ответ, отлично владел монологической речью.</i></p> <p><i>8 балла – студент показал хорошие знания и кругозор при ответах на вопросы, показал хорошее умение логически строить ответ, хорошо владел монологической речью.</i></p> <p><i>6 балла – студент показал удовлетворительные знания и кругозор при ответах на вопросы, удовлетворительно показал умение логически строить ответ, удовлетворительно владел монологической речью.</i></p> <p><i>4 балла - студент показал неудовлетворительные знания и кругозор при ответах на вопросы, неудовлетворительно логически строил ответ, неудовлетворительно владел монологической речью.</i></p> <p><i>0 баллов – студент не отвечал на поставленные вопросы, не мог логически строить ответ.</i></p>
Коллоквиум	6 неделя	10 баллов	<p><i>10 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков;</i></p> <p><i>6 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков;</i></p> <p><i>4 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков;</i></p> <p><i>2 балла - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков;</i></p> <p><i>0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков;</i></p>
Коллоквиум	9 неделя	10 баллов	<p><i>10 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков;</i></p>

Наименование оценочного средства	Сроки оценивания	Шкала оценивания	Критерии оценивания
			<p>6 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>4 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>2 балла - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков;</p>
Коллоквиум	12 неделя	10 баллов	<p>10 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>6 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>4 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>2 балла - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков;</p>
Коллоквиум	15 неделя	10 баллов	<p>10 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>6 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>4 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>2 балла - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков;</p>
Расчетно-графическая работа	В течение семестра	20 баллов	<p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>15 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.</p> <p>0 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также не способен пояснить полученный результат.</p>

Наименование оценочного средства	Сроки оценивания	Шкала оценивания	Критерии оценивания
<b>Текущий контроль</b>		<b>70 баллов</b>	-
<b>Экзамен</b>		<b>30 баллов</b>	-
Теоретические вопросы	2 вопроса по 10 баллов		<p>Один вопрос:</p> <p>10 баллов – студент правильно ответил на теоретический вопрос билета. Показал отличные знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы.</p> <p>7 баллов – студент ответил на теоретический вопрос билета с небольшими неточностями. Показал хорошие знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</p> <p>4 балла – студент ответил на теоретический вопрос билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</p> <p>0 баллов – при ответе на теоретический вопрос билета студент продемонстрировал недостаточный уровень знаний. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.</p>
Практическая задача	1 задача по 10 баллов		<p>Одна задача:</p> <p>10 баллов – студент правильно выполнил практическое задание билета. Показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы.</p> <p>7 баллов – студент выполнил практическое задание билета с небольшими неточностями. Показал хорошие умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов.</p> <p>3 балла – студент выполнил практическое задание билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей.</p> <p>0 баллов – при выполнении практического задания билета студент продемонстрировал недостаточный уровень умений. При ответах на дополнительные вопросы было</p>

Наименование оценочного средства	Сроки оценивания	Шкала оценивания	Критерии оценивания
			<i>допущено множество неправильных ответов.</i>
Итого		<b>100 баллов</b>	-
<p>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</p> <p>0 - 64 % от максимально возможной суммы баллов - "неудовлетворительно" (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине);</p> <p>65 - 74 % от максимально возможной суммы баллов - "удовлетворительно" (пороговый (минимальный) уровень);</p> <p>75 - 84 % от максимально возможной суммы баллов - "хорошо" (средний уровень);</p> <p>85 - 100 % от максимально возможной суммы баллов - "отлично" (высокий (максимальный) уровень)</p>			

## **Типовые задания для текущего контроля**

### **Коллоквиум**

#### **Тема 1. «Общая теория изгиба прямоугольных и круглых пластин»**

1. Гипотезы теории тонких пластин и оболочек.
2. Принцип построения теории изгиба тонких прямоугольных и круглых пластин.
3. Соотношения для определения перемещений, деформаций, напряжений и усилий с помощью функции прогибов.
4. Эпюры нормальных и касательных напряжений в поперечных сечениях прямоугольных и круглых пластин.
5. Положительные направления внутренних усилий на кромках прямоугольных и круглых пластин.
6. Постановка граничных условий на кромках прямоугольных и круглых пластин.
7. Дифференциальное уравнение изгиба тонких прямоугольных и круглых пластин Софи Жермен.
8. Способы определения внутренних усилий с помощью двойных и одинарных тригонометрических рядов при действии распределенных и сосредоточенных нагрузок.
9. Условия прочности и жесткости прямоугольных и круглых пластин.
10. Принципы расчета на устойчивость прямоугольных пластин

#### **Тема 2. «Общая теория оболочек. Безмоментная теория».**

##### **Практические задания.**

1. Выполнить статический расчет шарнирно-опертой цилиндрической незамкнутой оболочки прямоугольной в плане оболочки методом Бубнова-Галеркина.
2. Выполнить статический расчет шарнирно-опертой цилиндрической незамкнутой оболочки прямоугольной в плане оболочки МКЭ с помощью ПК Лира-САПР
3. Выполнить статический расчет шарнирно-опертой цилиндрической незамкнутой оболочки прямоугольной в плане оболочки МКЭ с помощью ПК STARK ES

#### **Тема 3. «Осесимметричные оболочки вращения. Метод разделения переменных».**

##### **Практические задания.**

1. Выполнить статический расчет цилиндрического резервуара методом разделения переменных.
2. Выполнить статический расчет цилиндрического резервуара МКЭ с помощью ПК Лира-САПР.
3. Выполнить статический расчет цилиндрического резервуара с помощью ПК STARK ES.

#### Тема 4. «Моментная теория цилиндрических оболочек»

##### Практические задания.

1. Определить усилия в цилиндрическом резервуаре методом Бубнова-Галеркина.
2. Определить усилия в стальном цилиндрическом резервуаре МКЭ с помощью ПК Лира-САПР

#### Тема 5. «Полубезмоментная теория цилиндрических оболочек»

##### Практические задания.

1. Определить усилия в цилиндрическом резервуаре методом Бубнова-Галеркина по полубезмоментной теории оболочек.
2. Определить усилия в стальном цилиндрическом резервуаре МКЭ с помощью ПК STARK ES.

#### Задание для выполнения расчетно-графической работы «Расчет пластинки на изгиб методом Бубнова–Галеркина»

Расчетная схема принимается согласно последней цифре шифра. Исходные данные для решения задачи принимаются студентом из таблицы приложения в соответствии с предпоследней цифрой шифра.

Условие задачи

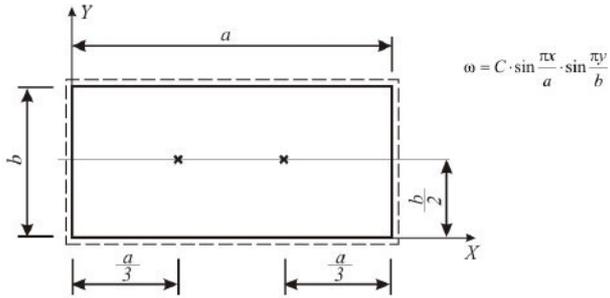
1. Проверить выполнение граничных условий, показанных на схеме при заданной аппроксимирующей функции.
2. Методом Бубнова–Галеркина определить величину параметра «С» при действии на пластину сосредоточенных нагрузок (по схеме) и равномерно распределенной нагрузки от собственного веса.
3. Определить величины  $M_x, M_y, M_{xy}, Q_x, Q_y$ . Построить эпюры прогибов и внутренних усилий по характерным сечениям, параллельным сторонам пластины.
4. Для опасных точек определить нормальные и касательные напряжения. Построить эпюры напряжений по толщине пластины

Таблица 7 – Варианты заданий для РГР

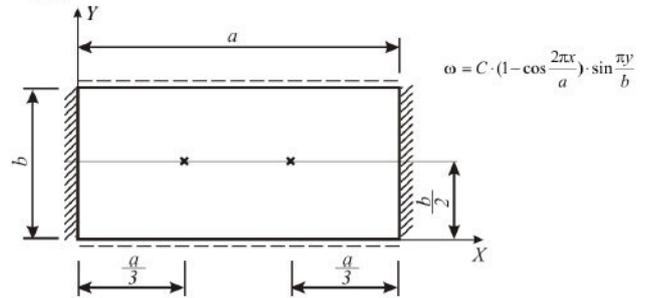
Предпоследняя цифра шифра	$h$ (м)	$a$ (м)	$b$ (м)	$F$ (кН)	Предпоследняя цифра шифра	$h$ (м)	$a$ (м)	$b$ (м)	$F$ (кН)
E = 2 · 10 <sup>5</sup> Па    ν = 0,16, γ = 20 кН/куб.м					E = 2 · 10 <sup>5</sup> Па    ν = 0,18, γ = 30 кН/куб.м				
1	0,10	2	2	6	6	0,20	2,1	2,1	12
2	0,12	1,3	1,3	7	7	0,22	1,4	1,4	14
3	0,14	1,5	1,5	8	8	0,24	1,6	1,6	16
4	0,16	1,8	1,8	9	9	0,11	1,7	1,7	11
5	0,18	2,2	2,2	10	0	0,13	1,5	1,5	13

Рисунок 1. Расчетные схемы пластинок

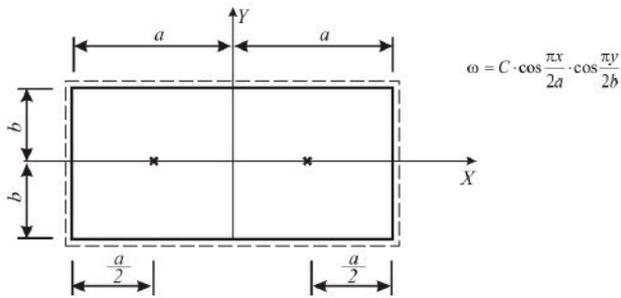
1



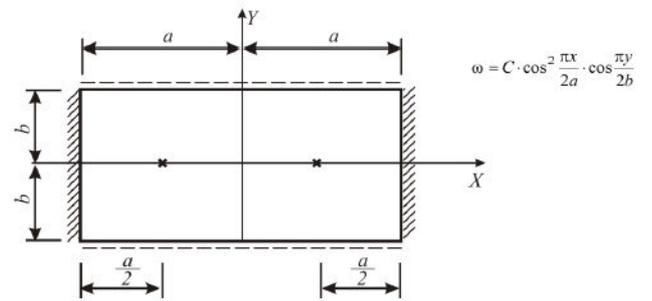
3



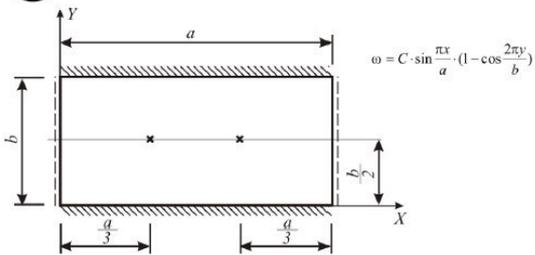
2



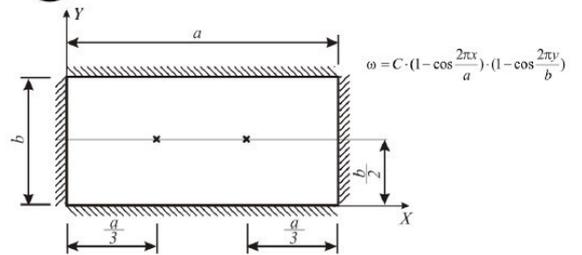
4



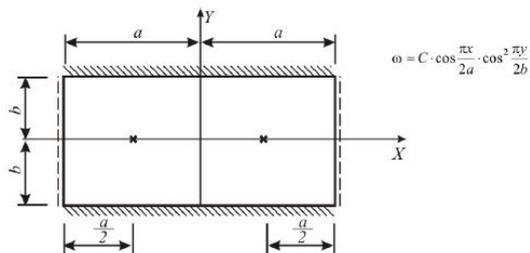
5



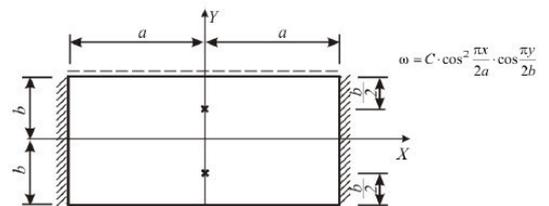
7



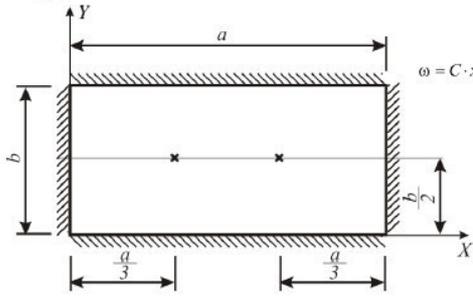
6



8

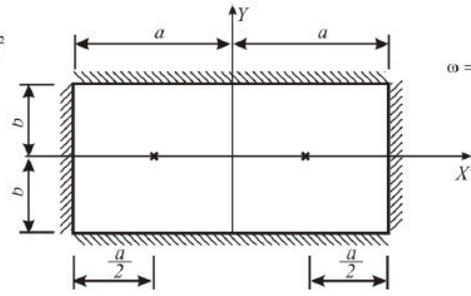


9



$$\omega = C \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot (x-a)^2 \cdot (y-b)^2$$

10



$$\omega = C \cdot \cos^2 \frac{\pi x}{2a} \cdot \cos^2 \frac{\pi y}{2b}$$

## Контрольные вопросы к экзамену

1. Геометрия пространственной кривой. Параметрические и векторное уравнение кривой.
2. Геометрия поверхности. Криволинейные гауссовы координаты. Векторное уравнение поверхности.
3. Параметры Ламе. Первая квадратичная форма поверхности. Коэффициенты первой квадратичной формы. Вторая квадратичная форма. Коэффициенты второй квадратичной формы.
3. Основные гипотезы теории тонких оболочек.
4. Перемещения и деформации срединной поверхности оболочки. Уравнение деформированной срединной поверхности. Уравнения совместности деформаций срединной поверхности.
5. Напряжения и усилия в сечениях оболочки. Выражение усилий через напряжения.
6. Дифференциальные уравнения равновесия. Граничные условия на контуре оболочки.
7. Теория простого краевого эффекта. Основные допущения. Разрешающие уравнения теории простого краевого эффекта.
8. Безмоментная теория оболочек вращения. Основные уравнения.
9. Уравнения осесимметрично нагруженных оболочек. Определение усилий и перемещений.
10. Расчет замкнутых оболочек на действие равномерного внутреннего давления.
11. Несимметрично нагруженные оболочки вращения. Метод разделения переменных.
12. Безмоментная теория цилиндрических оболочек. Граничные условия на торцах замкнутой цилиндрической оболочки.
13. Уравнения моментной теории круговой цилиндрической оболочки. Метод разделения переменных (решение в рядах Фурье)
14. Полубезмоментная теория цилиндрических оболочек. Основные гипотезы и определения.
15. Уравнения общей моментной теории оболочек вращения.
16. Уравнения осесимметричной деформации оболочек вращения.
17. Осесимметричный изгиб цилиндрической оболочки. Расчет длинных цилиндрических оболочек.
18. Перемещения краев цилиндрической оболочки от краевых воздействий.
19. Преобразование уравнений осесимметричной деформации оболочек вращения. Уравнения Мейснера.
20. Краевой эффект в непологих оболочках вращения.

### Практические задания на экзамен.

1. Расчет пластинки на изгиб методом Бубнова–Галеркина.
2. Расчет осесимметричной оболочки по безмоментной теории.
3. Расчет цилиндрической оболочки по моментной теории.
4. Расчет цилиндрической оболочки по полубезмоментной теории.

### Примерная структура экзаменационных билетов

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Комсомольский–на–Амуре государственный университет»

Кафедра «Строительство и архитектура»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине

«Теория расчета пластин и оболочек»

1. Основные гипотезы теории тонких оболочек.
2. Краевой эффект в непологих оболочках вращения.
3. Задача:  
Определить перемещение шарнирно-опертой по краям прямоугольной пластины методом Бубнова–Галеркина.

Зав. кафедрой СиА \_\_\_\_\_ Е.О. Сысоев

## **8 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **8.1 Основная литература**

1. Агапов В.П. Теория расчета пластин [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.П. Агапов. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2016. — 72 с. — 978-5-7264-1375-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/58216.html>

2. Горшков А.А. Основы теории упругих тонких оболочек [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.А. Горшков, А.Я. Астахова, Н.Ю. Цыбин. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2016. — 231 с. — 978-5-7264-1315-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/49872.html>

3. Каюмов Р.А. Конспект лекций «Основы теории упругости и элементы теории пластин и оболочек» [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.А. Каюмов. — Электрон. текстовые данные. — Казань: Казанский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 80 с. — 978-5-7829-0486-9. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/73314.html>

4. Ананьева Н.К. Проектирование железобетонных пологих оболочек покрытий положительной гауссовой кривизны [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.К. Ананьева, В.Н. Околичный. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2015. — 92 с. — 987-5-93057-648-1. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/75078.html>

### **8.2 Дополнительная литература**

1. «Компьютерное моделирование в задачах строительной механики» Издатель: [Издательство АСВ](#) Автор: Городецкий А.С., Барабаш М.С., Сидоров В.Н. ISBN: 978-5-4323-0188-8 Кол-во страниц: 338 Год издания: 2016 5. Теория расчета пластин и оболочек промышленных предприятий и городов : учеб. пособие / Г.Н. Ополева. - М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2018. - 416 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/953158.html>

2. Лебедев А.В. Численные методы расчета строительных конструкций [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Лебедев. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. — 55 с. — 978-5-9227-0338-3. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/19055.html>

3. Теория расчета пластин и оболочек [Электронный ресурс] : методические указания / . — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,

## **9 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее – сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. «Кодекс»: Сайт компании профессиональных справочных систем. Система Нормативно-Технической Информации «Кодекстехэксперт». Режим доступа (<http://www.cntd.ru>), свободный
2. КонсультантПлюс : Справочно-правовая система /Сайт компании справочной правовой системы «КонсультантПлюс». Режим доступа свободный.
3. Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM. Режим доступа ([www.znanium.com](http://www.znanium.com)), ограниченный.
4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU. Электронный портал научной литературы. Режим доступа ([www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)).
5. Электронно-библиотечная система «IPRbooks». Электронный портал. Режим доступа (<http://www.iprbookshop.ru>).
6. «Лира-Сапр»: Сайт компании разработчика САПР для строительства ООО «Лира-САПР». База знаний. Режим доступа свободный. <https://help.liraland.ru/>
7. Материалы вебинара «Проектирование строительных конструкций с применением программ семейства ЛИРА-САПР 2015», 29 мая 2015 г. Организаторы – КНАГТУ (Комсомольск-на-Амуре) и ООО «Лира-САПР» (Киев), часть 1: <https://www.youtube.com/watch?v=7qj1K0RA-No>
8. Материалы вебинара «Проектирование строительных конструкций с применением программ семейства ЛИРА-САПР 2015», 29 мая 2015 г. Организаторы – КНАГТУ (Комсомольск-на-Амуре) и ООО «Лира-САПР» (Киев), часть 2: <https://www.youtube.com/watch?v=RRvpsxgvZsQ>

## **10 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Обучение дисциплине «Теория расчета пластин и оболочек» предполагает изучение курса на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проводятся в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает: подготовку к практическим занятиям; изучение теоретических разделов дисциплины, выполнение расчётно-графической работы.

Таблица 7 - Методические указания к освоению дисциплины

Компонент учебного плана	Организация деятельности обучающихся
Самостоятельное	В процессе самостоятельного изучения разделов дисциплины

изучение теоретических разделов дисциплины	обучающиеся продолжают усвоение базовых теоретических сведений по расчету пластин и оболочек. Обучающимися составляются краткие конспекты изученного материала. В ходе работы студенты учатся выделять главное, самостоятельно делать обобщающие выводы. Каждый конспект должен содержать план, основную часть (структурированную в соответствии с основными вопросами темы) и заключение, содержащее собственные выводы студента.
Лекционные занятия	В процессе проведения лекционных занятий рекомендуется вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Рекомендуется избегать дословного записывания информации за преподавателем, а самостоятельно делать краткие формулировки основных положений лекционного материала. Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. В ходе лекции студенты могут задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Перед началом каждой лекции рекомендуется прочесть материал предыдущего лекционного занятия с целью установления взаимосвязей нового учебного материала с усвоенным ранее для формирования целостного видения изучаемой дисциплины.
Практические занятия	Основой для подготовки к практическому занятию является содержание лекционных занятий. Помимо этого для более глубокого понимания учебного материала необходимо использовать в процессе подготовки к занятиям учебную и учебно-методическую литературу. Показателем полноценной готовности студента к практическому занятию является способность самостоятельно излагать материал, приводить примеры выполнения проектируемых элементов опико-электронных средств.
Расчётно-графическая работа	Выполнение расчётно-графической работы предназначено для практического закрепления и расширения полученных теоретических знаний, дальнейшего развития практических умений и навыков, что в свою очередь способствует более успешному формированию указанной компетенции. Данный вид работы рекомендуется выполнять постепенно в течение семестра по мере изучения материала дисциплины. В качестве вспомогательного материала для выполнения расчётных заданий студенты могут воспользоваться примерами решения типовых задач. Исходные данные для расчётного задания, график выполнения, сроки сдачи и защиты каждым студентом согласуется с преподавателем, ведущим практические занятия. Работа оформляется в соответствии с требованиями, предъявляемыми к студенческим работам.

## **11 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

С целью повышения качества ведения образовательной деятельности в университете создана электронная информационно-образовательная среда. Она подразумевает организацию взаимодействия между обучающимися и преподавателями через систему личных кабинетов студентов, расположенных на официальном сайте университета в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» по адресу <https://student.knastu.ru>. Созданная информационно-образовательная среда позволяет осуществлять взаимодействие между участниками образовательного процесса посредством организации дистанционного консультирования по вопросам выполнения практических заданий.

В образовательном процессе при изучении дисциплины «Теория расчета пластин и оболочек» используются следующее программное обеспечение.

1. **ПК «ACADEMIK SET»** (сетевая лицензия на 20 рабочих мест + 1 локальная лицензия для преподавателя в составе)
    - программный комплекс "ЛИРА-САПР FULL" (со всеми специализированными расчетно-графическими системами)
    - программный комплекс "МОНОМАХ-САПР PRO";
    - программный комплекс "ЭСПРИ" (разделы "Математика для инженера", "Сечения", "Нагрузки и воздействия")
    - Система архитектурного проектирования "САПФИР PRO"
- ПК «ACADEMIK SET» используется в учебном процессе на основании соглашения о сотрудничестве между КнАГУ и ООО «Лира-Сервис» от 21 ноября 2016 г.

У студентов есть возможность установить ПК «САПФИР» и на личные домашние компьютеры. Компания-разработчик представляет два варианта использования лицензионного программного обеспечения

1. Установка свободно распространяемой рабочей версии ПК «ЛИРА-САПР 2013» (в состав которого входит ПК «САПФИР-2015»)

**<http://www.liraland.ru/files/lira2013/>**

2. Установка свободно распространяемой демонстрационной версии ПК «ЛИРА-САПР 2017» (в состав которого входит ПК «САПФИР-2017»)

**<http://www.liraland.ru/files/>**

Для облегчения процедуры установки программы Лира-САПР на личные ПК для студентов записан видеоурок по установке программы, хранящийся в

папке \\initsrv\LabSAPR\ВИДЕО ПО УСТАНОВКЕ ПРОГРАММ\ЛИРА\_САПР  
УСТАНОВКА (файл - Установка ПК Лира САПР.mp4).

2. **ПК «СТАРКОН»** (сетевая лицензия на 10 рабочих мест + 1 локальная лицензия для преподавателя в составе):

- программный комплекс "STARK ES"
- программа "Металл" (расчет элементов стальных конструкций по прочности, устойчивости и гибкости по методикам СП 16.13330.2011);
- программа «Одиссей» (программа для обработки акселерограмм землетрясений и получения расчётных параметров сейсмических воздействий);
- программа «СпИн» (электронный справочник-калькулятор для проектировщиков и инженеров-строителей);
- программа «ПРУСК» (пакет программ для расчета и конструирования элементов и узлов строительных конструкций).

ПК «СТАРКОН» используется в учебном процессе на основании соглашения о сотрудничестве между КнАГУ и ООО «ЕВРОСОФТ» от 15 августа 2014 г.

У студентов есть также возможность установить на личные домашние компьютеры ознакомительную версию ПК СТАРКОН для некоммерческого использования. Дистрибутив ознакомительной версии можно скачать с сайта компании ООО «ЕВРОСОФТ» <http://www.eurosoft.ru/downloads/>.

С этого же ресурса компании ООО «ЕВРОСОФТ» можно также скачать методические (пособие, указания) и информационные (видеопрезентации) материалы по применению ПК «СТАРКОН» для расчета зданий и сооружений.

3. Программа «MathCAD14». Для закрепления навыков работы в программе MathCAD у студентов есть возможность установить личные домашние компьютеры демонстрационную свободно распространяемую версию программы <https://www.ptc.com/en/products/mathcad/free-trial>

## **12 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для реализации программы дисциплины «Теория расчета пластин и оболочек» используется материально-техническое обеспечение, перечисленное в таблице 9.

Таблица 9 – Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория	Наименование аудитории (лаборатории)	Используемое оборудование	Назначение оборудования
-----------	--------------------------------------	---------------------------	-------------------------

202/5	Лаборатория кафедры САПР	13 Персональных ЭВМ (intel Core i3 2100, 4ГБ ОЗУ, 1ГБ Видео), лицензионное программное обеспечение (MathCAD, NanoCAD СПДС, NanoCAD Металлоконструкции, Лира-САПР, САПФИР, Мономах, ЭСПРИ, STARK ES, Гранд-Смета); 2 Персональных ЭВМ преподавателя; 2 Мультимедийных проектора;	Проведение практических занятий
-------	--------------------------	---	---------------------------------

Приложение 1

Сертификат подлинности на право использования ПК Академик Сет 2016



### Тестовые вопросы для «входного» контроля знаний обучающихся по дисциплине «Теория расчета пластин и оболочек»

1. Напряженное состояние в окрестности произвольной точки. Обозначения компонентов напряжений в декартовой системе координат.
2. Дифференциальные уравнения равновесия.
3. Перемещения и деформации.
4. Геометрические соотношения Коши.
5. Уравнения неразрывности деформаций и их физический смысл.
6. Обобщенный закон Гука.
7. Постановка пространственной задачи теории упругости в перемещениях.
8. Постановка пространственной задачи теории упругости в напряжениях.
9. Граничные условия на поверхности тела. Интегральные граничные условия.
10. Удельная потенциальная энергия деформации, энергия изменения объема и формы.
11. Плоское напряженное состояние в декартовой системе координат.
12. Основные уравнения для плоской деформации и плоского обобщенного напряженного состояния.
13. Постановка плоской задачи теории упругости. Уравнение Мориса-Леви.
14. Функция напряжений Эри. Бигармоническое уравнение.
15. Решение плоской задачи с помощью степенных многочленов (полиномов).

Пример выполнения РГР по дисциплине «Теория расчета пластин и оболочек»

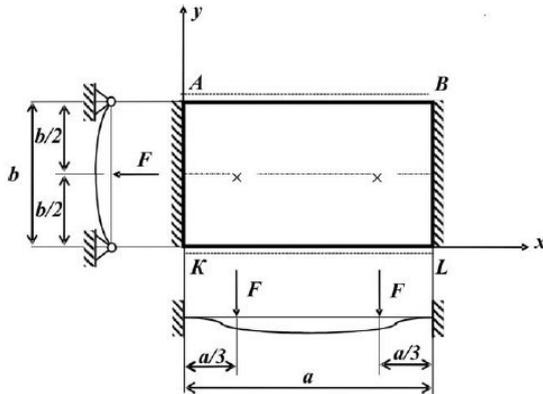


Рис. 1. Схема нагружения пластинки

Схема нагружения пластинки представлена на рис. 1.

Числовые данные для расчета пластинки:

$$a = 4 \text{ м}; b = 4 \text{ м}; h = 0,2 \text{ м}; F = 10 \text{ кН}; A = 1 \cdot 10^8 \text{ Па};$$

$$\nu = 0,25; \gamma = 70 \text{ кН/м}^3.$$

Собственный вес пластинки, приходящийся на  $1 \text{ м}^2$  поверхности, равен

$$q = \gamma \cdot h = 70 \cdot 0,2 = 14 \text{ кПа}.$$

Функция прогибов задана в виде

$$\omega(x, y) = C \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b}.$$

Граничные условия на контуре пластинки показаны на схеме следующие:

для грани  $AK (x = 0)$ :

$$\omega(x, y) \Big|_{AK} = C \left( 1 - \cos \frac{2\pi \cdot 0}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} = C(1-1) \sin \frac{\pi y}{b} = 0.$$

Таким образом, на контуре пластинки прогибы равны нулю, поэтому кромки пластинки либо зашпелены, либо шарнирно оперты.

Первые производные заданной базисной функции имеют вид:

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{2\pi}{a} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{\pi}{b} \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \cos \frac{\pi y}{b}.$$

При  $x = 0$  (грань  $AK$ ):

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = C \frac{2\pi}{a} \sin \frac{2\pi \cdot 0}{a} \sin \frac{\pi y}{b} = 0.$$

При  $x = a$  (грань  $BL$ ):

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = C \frac{2\pi}{a} \sin \frac{2\pi \cdot a}{a} \sin \frac{\pi y}{b} = 0,$$

то есть углы поворота на гранях, параллельных оси  $y$ , между касательной к срединной поверхности и осью  $x$  равны нулю. Это означает, что грани  $AK$  и  $BL$  зашпелены.

Вторая производная по переменной  $x$  от заданной базисной функции имеет вид

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = \left( \frac{2\pi}{a} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}.$$

$$1) \text{ при } x=0 \text{ (грань } AK) - \text{ зашпеление: } \omega = 0, \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0;$$

$$2) \text{ при } x=a \text{ (грань } BL) - \text{ зашпеление: } \omega = 0, \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0;$$

$$3) \text{ при } y=0 \text{ (грань } KL) - \text{ шарнирное опирание: } \omega = 0, \dot{I}_y = 0;$$

$$4) \text{ при } y=b \text{ (грань } AB) - \text{ шарнирное опирание: } \omega = 0, \dot{I}_y = 0.$$

При  $y = 0$  и  $y = b$  (грани  $KL$  и  $AB$ ) пластинка шарнирно закреплена. Здесь статическое граничное условие имеет вид:

$$\dot{I}_y = -D \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) = 0.$$

Поскольку в направлении оси  $x$  опертая кромка пластинки прогиба не имеет, то из граничного условия  $M_y = 0$ ,

$$\text{получаем } \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = 0.$$

Производим проверку выполнения граничных условий.

Подставляя уравнения границ пластинки в заданную функцию прогибов  $\omega(x, y)$ , убеждаемся, что для всех границ  $\omega(x, y) = 0$ ;

для грани  $AB (y = b)$ :

$$\omega(x, y) \Big|_{AB} = C \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi b}{b} = C \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \pi = 0;$$

для грани  $BL (x = a)$ :

$$\omega(x, y) \Big|_{BL} = C \left( 1 - \cos \frac{2\pi a}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b} = C(1-1) \sin \frac{\pi y}{b} = 0;$$

для грани  $KL (y = 0)$ :

$$\omega(x, y) \Big|_{KL} = C \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi \cdot 0}{b} = 0;$$

Вторая производная по переменной  $y$  от заданной базисной функции имеет вид

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = -\left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b}.$$

При  $y = 0$  (грань  $KL$ ):

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = -C \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi \cdot 0}{b} = 0.$$

При  $y = b$  (грань  $AB$ ):

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} = -C \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi \cdot b}{b} = 0,$$

то есть грани пластинки  $AB$  и  $KL$  шарнирно оперты.

Таким образом, заданная функция прогибов удовлетворяет всем граничным условиям на контуре пластинки.

Для определения постоянного параметра  $C$  находим четвертые производные от базисной функции:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = -\left( \frac{2\pi}{a} \right)^4 \cos \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \left( \frac{\pi}{b} \right)^4 \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} = -\left( \frac{2\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}.$$

Определим величину  $\Delta$  (4):

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{1 \cdot 10^8 (0,2)^3}{12(1-0,25^2)} = 0,711 \cdot 10^5;$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^k \frac{F_j}{D} \varphi(x_{F_j}, y_{F_j}) &= \frac{F}{D} \left( \varphi\left(\frac{a}{3}, \frac{b}{2}\right) + \varphi\left(\frac{2a}{3}, \frac{b}{2}\right) \right) = \\ &= \frac{F}{D} \left( \left(1 - \cos \frac{2\pi}{a} \cdot \frac{a}{3}\right) \sin \frac{\pi \cdot b}{b \cdot 2} + \left(1 - \cos \frac{2\pi \cdot 2a}{a \cdot 3}\right) \sin \frac{\pi \cdot b}{b \cdot 2} \right) = \\ &= \frac{F}{D} \left( \left(1 - \cos \frac{2\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{2} + \left(1 - \cos \frac{4\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \frac{F}{D} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{3} + 1 - \cos \frac{4\pi}{3} \right) = \frac{F}{D} \left( 2 - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) \right) = \\ &= \frac{F}{D} \left( 2 + 2 \cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3F}{D}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \iint_{\Sigma} \varphi dx dy &= \int_0^a \int_0^b \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) \sin \frac{\pi y}{b} dx dy = \\ &= \int_0^a \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) dx \int_0^b \sin \frac{\pi y}{b} dy. \end{aligned}$$

По таблице интегралов находим

$$\begin{aligned} \int_0^a \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) dx &= \left( x - \frac{a}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{a} \right) \Big|_0^a = \\ \int_0^b \sin \frac{\pi y}{b} dy &= -\frac{b}{\pi} \cos \frac{\pi y}{b} \Big|_0^b = \frac{2b}{\pi}. \end{aligned}$$

При заданных значениях  $a$  и  $b$  получаем

$$\Delta = \frac{q}{D} a \frac{2b}{\pi} + \frac{3F}{D} = \frac{14}{0,711 \cdot 10^5} 4 \frac{2 \cdot 4}{3,14} + \frac{3 \cdot 10}{0,711 \cdot 10^5} = 2,43 \cdot 10^{-3} \left( \frac{1}{i} \right).$$

Определим величину  $\delta$  (5):

Таким образом, функция прогибов срединной поверхности пластинки имеет вид

$$\omega(x, y) = 0,059 \cdot 10^{-3} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) \sin \frac{\pi y}{b}.$$

Запишем выражения для внутренних усилий. Изгибающий момент в плоскости, перпендикулярной оси  $y$ :

$$\begin{aligned} \dot{I}_x &= -D \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) = -DC \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) = \\ &= -DC \left( \left( \frac{2\pi}{a} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} - \nu \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) \sin \frac{\pi y}{b} \right) = \\ &= -11,011 \cos \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + 0,648 \sin \frac{\pi y}{b}. \end{aligned}$$

Изгибающий момент в плоскости, перпендикулярной оси  $x$ :

$$\begin{aligned} \dot{I}_y &= -D \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) = -DC \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) = \\ &= -DC \left( -\left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) \sin \frac{\pi y}{b} + \nu \left( \frac{2\pi}{a} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right) = \\ &= 2,591 \sin \frac{\pi y}{b} - 5,182 \cos \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}. \end{aligned}$$

Крутящий момент

$$\begin{aligned} \dot{I}_{xy} &= -D(1-\nu) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} = -D(1-\nu) C \frac{2\pi}{a} \sin \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} = \\ &= -3,886 \sin \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b}. \end{aligned}$$

Поперечная сила в плоскости, перпендикулярной оси  $y$ :

$$\delta = \int_0^a \int_0^b \left[ -\left( \frac{2\pi}{a} \right)^4 \cos \frac{2\pi x}{a} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) \sin^2 \frac{\pi y}{b} + 2(-1) \left( \frac{2\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \cos \frac{2\pi x}{a} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) \sin^2 \frac{\pi y}{b} + \left( \frac{\pi}{b} \right)^4 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right)^2 \sin^2 \frac{\pi y}{b} \right] dx dy.$$

По таблице интегралов находим

$$\begin{aligned} \int_0^b \sin^2 \frac{\pi y}{b} dy &= \frac{b}{\pi} \left[ \frac{\pi y}{2b} - \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi y}{b} \right]_0^b = \frac{b}{2}; \\ \int_0^a \cos \frac{2\pi x}{a} dx &= \frac{a}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{a} \Big|_0^a = 0; \\ \int_0^a \cos^2 \frac{2\pi x}{a} dx &= \frac{a}{2\pi} \left[ \frac{2\pi x}{2a} + \frac{1}{4} \sin \frac{4\pi x}{a} \right]_0^a = \frac{a}{2}. \end{aligned}$$

После приведения подобных получаем

$$\begin{aligned} \delta &= \left( \frac{2\pi}{a} \right)^4 \frac{a}{2} \frac{b}{2} + 2 \left( \frac{2\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \frac{a}{2} \frac{b}{2} + \left( \frac{\pi}{b} \right)^4 \left( a + \frac{a}{2} \right) \frac{b}{2} = \\ &= \frac{\pi^4 ab}{4} \left( \left( \frac{2}{a} \right)^4 + 2 \left( \frac{2}{a} \right)^2 \left( \frac{1}{b} \right)^2 + 3 \left( \frac{1}{b} \right)^4 \right). \end{aligned}$$

При заданных значениях  $a$  и  $b$  получаем

$$\delta = 4\pi^4 \left( \left( \frac{1}{2} \right)^4 + 2 \left( \frac{1}{2} \right)^2 \left( \frac{1}{4} \right)^2 + 3 \left( \frac{1}{4} \right)^4 \right) = 41,094$$

Находим значение параметра  $C$  (3):

$$C = \frac{\Delta}{\delta} = \frac{2,43 \cdot 10^{-3}}{41,094} = 0,059 \cdot 10^{-3} (\text{м}).$$

$$\begin{aligned} Q_x &= -D \left( \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} \right) = -DC \left( -\left( \frac{2\pi}{a} \right)^3 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} - \right. \\ &\left. - \left( \frac{\pi}{b} \right)^2 \frac{2\pi}{a} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right) = 20,348 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}. \end{aligned}$$

Поперечная сила в плоскости, перпендикулярной оси  $x$ :

$$\begin{aligned} Q_y &= -D \left( \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^2 \partial y} \right) = -DC \left( \frac{\partial^3 \varphi}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2 \partial y} \right) = -DC \left( -\left( \frac{\pi}{b} \right)^3 \times \right. \\ &\left. \times \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a}\right) \cos \frac{\pi y}{b} + \left( \frac{2\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{\pi}{b} \right) \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} \right) = \\ &= -10,174 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} + 2,035 \cos \frac{\pi y}{b}. \end{aligned}$$

Для проверки правильности вычисления внутренних усилий рекомендуется использовать следующие дифференциальные уравнения:

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}; \quad (6)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}; \quad (7)$$

В нашем случае

$$Q_x = 20,348 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial \dot{I}_x}{\partial x} = 11,011 \frac{2\pi}{a} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} = 17,296 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = 3,886 \frac{\pi}{b} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} = 3,052 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = 20,348 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}.$$

Следовательно, соотношение (6) выполняется тождественно.

$$Q_y = -10,174 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} + 2,035 \cos \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} = 2,591 \frac{\pi}{b} \cos \frac{\pi y}{b} - 5,182 \frac{\pi}{b} \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} =$$

$$= 2,035 \cos \frac{\pi y}{b} - 4,070 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial \dot{I}_{xy}}{\partial x} = -3,886 \frac{2\pi}{a} \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} = -6,104 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b};$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{I}_{xy}}{\partial x} = -10,174 \cos \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} + 2,035 \cos \frac{\pi y}{b}.$$

Следовательно, соотношение (7) выполняется тождественно.

Для сечений пластинки, проходящих через ее центр параллельно осям  $x$  и  $y$ , определим выражения для прогибов и усилий.

При  $y = \frac{b}{2}$ :

$$\omega = 0,059 \cdot 10^{-3} \left( 1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right);$$

$$M_x = -11,011 \cos \frac{2\pi x}{a} + 0,648;$$

$$M_y = 2,591 - 5,182 \cos \frac{2\pi x}{a};$$

$$M_{xy} = 0;$$

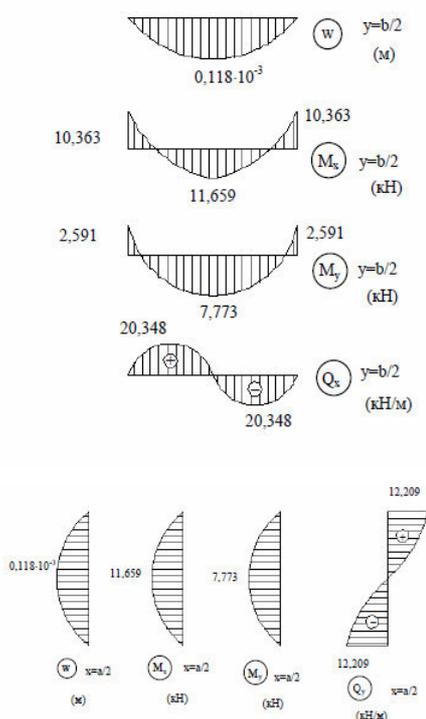


Рис. 2. Эпюры прогибов и усилий в пластинке

$$Q_x = 20,348 \sin \frac{2\pi x}{a};$$

$$Q_y = 0.$$

При  $x = \frac{a}{2}$ :

$$\omega = 0,118 \cdot 10^{-3} \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$M_x = 11,659 \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$M_y = 7,773 \sin \frac{\pi y}{b};$$

$$M_{xy} = 0;$$

$$Q_x = 0;$$

$$Q_y = 12,209 \cos \frac{\pi y}{b}.$$

С помощью полученных выражений строим эпюры прогибов и усилий (рис. 2).

Из эпюр  $M_x$  и  $M_y$  устанавливаем, что опасной является точка в центре пластинки. Нормальные напряжения при  $Z = \pm \frac{h}{2}$  здесь будут равны:

$$\max |\sigma_y| = \frac{6 |M_y^{\max}|}{h^2} = \frac{6 \cdot 7,773}{(0,2)^2} = 1,166 \text{ (МПа)},$$

$$\max |\sigma_x| = \frac{6 |M_x^{\max}|}{h^2} = \frac{6 \cdot 11,659}{(0,2)^2} = 1,749 \text{ (МПа)}.$$

В заключение приведем основные формулы и табличные интегралы, необходимые для решения данного задания:

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x;$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1;$$

$$\int \cos x dx = \sin x;$$

$$\int \sin x dx = -\cos x;$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4};$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4};$$

$$\int \cos^3 x dx = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3};$$

$$\int \cos^4 x dx = \frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32};$$

$$\int \sin^4 x dx = \frac{3x}{8} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32}.$$

